

# Szállítási feladat Gyakorló feladatok Dr. Kövér György

## Interaktív felület a szállítási feladat gyakorlásához

Válasszon egyet a felkínált feladatok közül. A kiválasztás után megjelen feladat számértékeit módosíthatja.

Önállóan is megadhat egy új feladatot. A telepek és fogyasztók számának megválasztása után kattintson az "Új feladat" nyomógombra!

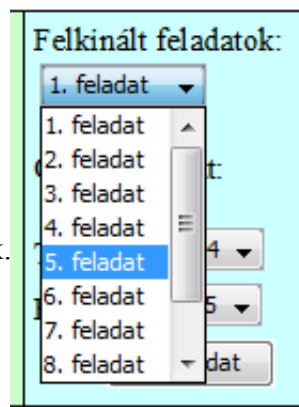
(A Maple 16 keretrendszer adattáblázat komponense túlzottan lefoglalhatja a számítógép erőforrásait. A szállítási feladat gyakorló felülete a Maple keretrendszernek erre a komponensére támaszkodik. A feladatmegoldás során a táblázatok tartalmát gyakran frissíti a program, a frissítés során egy-egy másodpercnyi időre szükség van, hogy a számértékek aktualizálódjanak.)

### Útmutató az interaktív gyakorló felület használatához

#### A feladat megadása

A gyakorló felület használatának els lépése a feladat megadása. Két módon adhatunk meg feladatot. Választhatunk a programba épített feladatok közül, vagy begépelhetjük a saját feladatunkat. A felkínált feladatok közül úgy választhatunk, ha a legördül feladatlista egyik elemét

egérkattintással kijelöljük.



Amennyiben szívesen kísérletezünk önálló feladat megadásával, abban az esetben els lépésként

állítsuk be a telepek és fogyasztók számát.

Önálló feladat:

Telepek: 4 ▼

Fogyasztók: 5 ▼

Új feladat

A beállítható értékek korlátozottak (telepek 2..6, fogyasztók 2..5), az áttekinthet megjelenítés érdekében.

A szállítási költségek értékeit kizárólag számjegyek begépelésével adjuk meg. A tiltott viszonylatokat - vagyis ha egy teleprl egy adott fogyasztóhoz nem szállíthatunk - a nagy M betvel kell jelölni. Más bett, szavakat, szimbólumokat ne használjunk. Bár a Maple szimbolikus matematikai nyelvvel rendelkezik, ez a gyakorló modul a költségek képletekkel történ megadását nem támogatja.

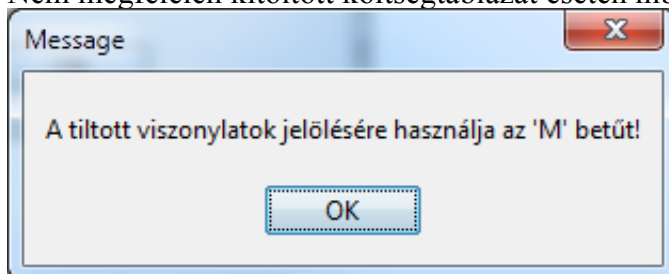
A helyesen kitöltött költségtáblázat a következőképp nézhet ki:

	F3	F4
7		M
M		4
3		1

Helytelenül megadott költségtáblázat:

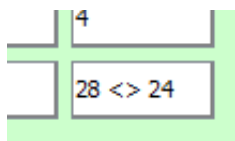
	F1	F2
T1	10	9
T2	15	rt
T3	14	12

Nem megfelelően kitöltött költségtáblázat esetén hibüzenetet kapunk:

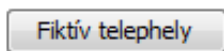


A telepek készletét és a fogyasztói igényeket is kizárólag számokkal szabad megadni.

Abban az esetben, ha a készletek és a fogyasztói igények összege nem egyezik meg,



akkor fiktív telephelyet, vagy fogyasztót kell bevezetnünk.

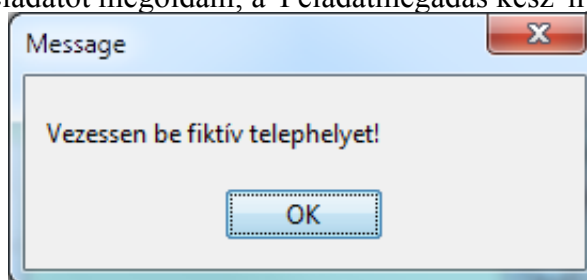


A fiktív szerepl bevezetésével fiktív viszonylatok jönnek létre. Ezeken

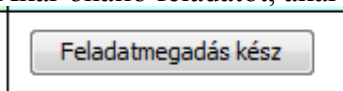
fiktív mennyiségeket szállítunk. A fiktív viszonylatokon szállítási költség nem keletkezhet., nulla költséget rendel hozzájuk a program. Abban az esetben, ha egy fogyasztó igényeit mindenképp szeretnénk valós szállítással kielégíteni, akkor a hozzátartozó fiktív viszonylathoz rendeljünk nagyon magas költséget, vagyis jelöljük 'M' bet alkalmazásával tiltott viszonylatnak. Amennyiben a telepek többletkészlettel rendelkeznek, fiktív fogyasztót vezessünk be. Ha egy valódi telep raktárkapacitással nem rendelkezik, akkor a hozzátartozó fiktív viszonylatot tiltsuk 'M' alkalmazásával.

Ha a fiktív szerepl nélkül szeretnénk a feladatot megoldani, a 'Feladatmegadás kész' nyomógombra

kattintva figyelmeztet üzenetet kapunk:



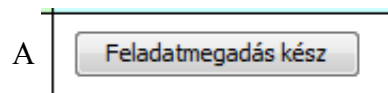
Akár önálló feladatot, akár egy felkínált feladatot szeretnénk megoldani, a feladat megadása után a



nyomógombra kell kattintanunk. A költségek, igények, készletek

módosítása ezt követően nem lehetséges.

### A feladat megoldása



nyomógombra kattintás után van lehetőségünk a feladat

megoldására. A Maple programkörnyezet a megfelelő utasításaival képes a szállítási feladat optimális megoldását meghatározni, de ez az interaktív gyakorló az optimális megoldásoz vezet lépéssorozatot nem rejti el.

A szállítási feladat egy megengedett bázismegoldáshoz akkor jutunk, ha megadjuk a szállítási viszonylatokon szállítandó mennyiségeket úgy, hogy a fogyasztói igényeket kielégítjük, a telepek készleteit felhasználjuk. A telepek ( $t$ ) és fogyasztók ( $f$ ) számának összegét eggyel csökkentve  $t + f - 1$  megkapjuk, hogy hány viszonylaton kell szállítást programozni, ha a minimális szállítási költség program meghatározása a célunk. Fontos, hogy több viszonylatra ne szállítsunk, mint  $t + f - 1$ . Még nulla értéket se adjunk meg.

### A szállítandó mennyiség megadása

A szállítandó mennyiség megadását az érintett viszonylat kiválasztása elzi meg. A viszonylat kiválasztását követően adjuk meg a mennyiséget majd kattintsunk a  nyomógombra.

Adja meg az egyes viszonylatokon kiszállítandó mennyiségeket!

Telephely:  Fogyasztó:  Mennyiség:

Vogel-Korda

F1
F2
F3

A megadott mennyiség a következő módon kerül kijelzésre:

	F1	F2	F3	F4	FF	Készlet	Maradék
		25				30	5
T1	12	2	5	3	0		

### A szállítandó mennyiség törlése

A szükségtelenül megadott mennyiséget rendszerint nem elegendő nulla értékkel felülírni, hanem törölni kell. A viszonylat kiválasztását követően kattintsunk a  nyomógombra.

Telephely:  Fogyasztó:  Mennyiség:

### Az elvégzett számítások

A szállítandó mennyiségek megadása közben a program meghatározza a szállítási programhoz tartozó teljes szállítási költséget.

	30	30
12	Költség	50
0		

A program meghatározza a telepek maradék készletét és a fogyasztó számára kiszállított mennyiséget is.

Készlet	Maradék
30	5
40	40
30	30

Igény	25	25	17	21	12
Száll.	0	25	0	0	0

Abban az esetben, ha a telep készleténél több kiszállítás programozunk az egyes viszonylatokra,

	F1	F2	F3	F4	FF	Készlet	Maradék
		25	25			30	-20
T1	12	2	5	3	0		

akkor a negatív eljel maradékon kívül hibüzenet is felhívja erre a figyelmünket.

A kiszállított mennyiség meghaladja a készleteket.

A lehetséges bázismegoldás elállításakor a szállítási költségek minimalizálására törekszünk. A Vogel-Korda módszer alkalmazásával rendszerint alacsonyabb költség megoldáshoz juthatunk, mint más közelítő módszerre. A Vogel-Korda módszerhez tartozó sor- és oszlop-differenciákat

megjeleníthetjük, ha a jelöl négyzetet kipipáljuk.

Vogel-Korda

Ekkor megjelennek a költségdifferenciák:

Diff
-
6
2

és

Diff	1	-	-	4	0
------	---	---	---	---	---

A megoldás elrehaladtával nem számítható már differencia. Ezt a '-' jelöli.

### Degeneráció

Amint korábban említettük a szállítási feladat egy megengedett bázismegoldásához akkor jutunk, ha megadjuk a szállítási viszonylatokon szállítandó mennyiségeket úgy hogy a fogyasztói igényeket kielégítjük és a telepek készleteit felhasználjuk. A telepek ( $t$ ) és fogyasztók ( $f$ ) számának összegét eggyel csökkentve  $t + f - 1$  megkapjuk, hogy hány viszonylaton kell szállítást programozni, ha a minimális szállítási költség program meghatározása a célunk.

Degenerált feladat esetén a program értesítést küld:

---

Előállított egy megoldást. A feladat degenerált. A kötött helyek száma nem megfelelő!

	F1	F2	F3	F4	F5	Készlet	Maradék
	15	9				24	0
T1	4	4	5	4	9		
		7	17	1		25	0
T2	10	3	4	5	6		
				21		21	0
T3	7	8	5	7	4		
					23	23	0
T4	9	7	8	8	2		
Igény	15	16	17	22	23	Költség	383
Száll.	15	16	17	22	23		

Ha kevesebb a kötött helyek száma, mint  $t + f - 1$ , akkor nulla mennyiségeket kell szállítani. A nullákkal úgy kell kötött helyeket kiválasztani, hogy egy kötött helyről kiindulva a sakkból ismert bástya figura mozgása szerint csak vízszintes és függleges mozdulatokkal minden további kötött hely elérhető legyen. A fenti ábra szerint nulla mennyiséget kell programozni például a T3-F5 viszonylatra. Ügyeljünk arra, hogy tiltott viszonylatra ne programozzunk 0 mennyiséget se.

A mennyiben lehetséges bázismegoldáshoz jutottunk, akkor a program értesít:

---

Előállította a szállítási feladat egy lehetséges bázismegoldását. Ellenőrizze az optimalitást!

### Az optimalitás ellenrzése

A  nyomógombbal a potenciálok módszere segítségével

ellenrizhetjük, hogy a lehetséges bázismegoldásunk optimális-e. A program figyelmeztet, ha a megoldás nem optimális és javaslatot tesz, hogy mely viszonylatokat kell a megoldásba bevonni. A megoldás javításakor természetesen figyeljünk arra, hogy a telephely készletét ne merítsük túl, fogyasztónak ne szállítsunk az igényénél többet, felesleges nulla szállított mennyiségekkel ne lépünk túl a kötött helyekre vonatkozó  $t + f - 1$ , elírásunkat.

	F1	F2	F3	F4	F5	
	$v_1=4$	$v_2=4$	$v_3=5$	$v_4=6$	$v_5=3$	
$u_1=0$	T1 4	15 4	9 5	0 4	-2 9	6
$u_2=-1$	T2 10	7 3	7 4	17 5	1 6	4
$u_3=1$	T3 7	2 8	3 5	-1 7	21 4	0
$u_4=-1$	T4 9	6 7	4 8	4 8	3 2	23

A negatív előjelű viszonylatokat vonja be a megoldásba!

## Ajánlott gyakorló feladatok az interaktív gyakorló felület használatához

### 1. feladat

Határozzon meg lehetséges bázismegoldásokat az alábbi szállítási feladatnál! Határozza meg a szállítási összköltséget is!

Szükséges-e fiktív telephely bevezetése?

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \\ T_1 & 4 & 4 & 5 & 4 & 9 \\ T_2 & 10 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ T_3 & 7 & 8 & 5 & 7 & 4 \\ T_4 & 9 & 7 & 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 24 \ 25 \ 21 \ 23 ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 15 \ 16 \ 17 \ 22 \ 23 ]$

### 2. feladat

Határozzon meg lehetséges bázismegoldásokat az alábbi szállítási feladatnál! Határozza meg a



szállítási összköltséget is!

Állapítsa meg, hogy melyik fogyasztó igénye nem kerül teljes mértékben kielégítésre!

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 9 & 10 & 24 & 20 \\ T_2 & 14 & 11 & 7 & 12 \\ T_3 & 14 & 12 & 16 & 11 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $\begin{bmatrix} 8 & 12 & 4 \end{bmatrix}$

Igények fogyasztónként:  $\begin{bmatrix} 6 & 8 & 9 & 5 \end{bmatrix}$

### 3. feladat

A Vogel-Korda módszer segítségével határozzon meg lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál! Határozza meg a szállítási összköltséget is! Ügyeljen arra, hogy a tiltott viszonylatokra, melyeket M jelöl szállítandó mennyiségeket ne programozzon!

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 4 & 2 & 7 & M \\ T_2 & 5 & 2 & M & 1 \\ T_3 & 4 & 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $\begin{bmatrix} 30 & 25 & 40 \end{bmatrix}$

Igények fogyasztónként:  $\begin{bmatrix} 15 & 15 & 40 & 25 \end{bmatrix}$

### 4. feladat

A Vogel-Korda módszer segítségével határozzon meg lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál! Határozza meg a szállítási program teljes költségét! Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenrzésére! Ha szükséges, javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét? Ügyeljen arra, hogy a tiltott viszonylatra, melyet M jelöl, szállítandó mennyiségeket ne programozzon!

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 3 & 2 & 1 & 9 \\ T_2 & 7 & M & 2 & 7 \\ T_3 & 5 & 6 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 60 \ 40 \ 40 ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 25 \ 25 \ 40 \ 35 ]$

### 5. feladat

Határozzon meg lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál! Vegye igénybe a Vogel-Korda féle differenciákat a megoldás elállítása során! Határozza meg a szállítási program teljes költségét!

Vegye figyelembe, hogy a vállalathoz tartozó második telep nem képes az elállított termékeket raktározni, vagyis készletfelesleg ne jelentkezzen a kettes telepnél.

Javaslat: vezessen be fiktív fogyasztót! A fiktív fogyasztó és a második telep viszonylatát jelölje tiltott viszonylatnak a M segítségével!

Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenrzésére! Ha szükséges, javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét? Ügyeljen arra, hogy a tiltott viszonylatra, melyet M jelöl, szállítandó mennyiségeket ne programozzon!

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 12 & 2 & 5 & 3 \\ T_2 & 6 & 4 & 9 & 6 \\ T_3 & 7 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 30 \ 40 \ 30 ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 25 \ 25 \ 17 \ 21 ]$

### 6. feladat

Határozzon meg lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál! Vegye igénybe a Vogel-Korda féle differenciákat a megoldás elállítása során! Határozza meg a szállítási program teljes költségét!

Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenrzésére! Ha szükséges,

javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét?

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccc} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 10 & 5 & 6 & 5 \\ T_2 & 8 & 2 & 7 & 9 \\ T_3 & 7 & 2 & 5 & 5 \\ T_4 & 8 & 7 & 8 & 6 \end{array} \right] \end{array}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 8 \ 8 \ 6 \ 6 ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 7 \ 8 \ 5 \ 5 ]$

### 7. feladat

Határozzon meg egy lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál a minimális költség viszonylatokra történő programozással! Határozza meg a szállítási program teljes költségét!

Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenzésére! Ha szükséges, javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét?

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccc} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 4 & 7 & 7 & 5 \\ T_2 & 3 & 4 & 6 & 8 \\ T_3 & 5 & 9 & 7 & 3 \end{array} \right] \end{array}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 19 \ 18 \ 35 ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 11 \ 25 \ 17 \ 19 ]$

### 8. feladat

Határozzon meg egy lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál az "Északnyugati sarok" módszerrel! Határozza meg a szállítási program teljes költségét!

Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenzésére! Ha szükséges, javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét?

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 6 & 8 & 2 & 7 \\ T_2 & 3 & 4 & 5 & 2 \\ T_3 & 3 & 5 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 10 \ 20 \ 30 \ ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 15 \ 15 \ 15 \ 15 \ ]$

### 9. feladat

Határozzon meg egy-egy lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál az "Északnyugati sarok" módszerrel, a minimális költség viszonylatokra történ programozással és a Vogel-Korda féle differenciák segítségével! Határozza meg a szállítási program teljes költségét mind a három esetre!

Ügyeljen arra, hogy a tiltott viszonylatra, melyet M jelöl, szállítandó mennyiségeket ne programozzon!

Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenzésére! Ha szükséges, javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét?

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ T_1 & 1 & 6 & 2 & 9 \\ T_2 & 9 & 7 & M & 5 \\ T_3 & 4 & 8 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $[ 15 \ 15 \ 15 \ ]$

Igények fogyasztónként:  $[ 11 \ 13 \ 17 \ 4 \ ]$

### 10. feladat

Határozzon meg egy-egy lehetséges bázismegoldást az alábbi szállítási feladatnál az "Északnyugati sarok" módszerrel, a minimális költség viszonylatokra történ programozással és a Vogel-Korda féle differenciák segítségével! Határozza meg a szállítási program teljes költségét mind a három esetre!

Használja a potenciálok módszerét a megoldás optimalitásának ellenzésére! Ha szükséges, javítsa a megoldást! Mennyivel lehetett csökkenteni a szállítási feladat teljes költségét?

Költségek viszonylatonként:

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \\ T_1 & 44 & 28 & 30 \\ T_2 & 27 & 16 & 15 \\ T_3 & 19 & 21 & 17 \\ T_4 & 31 & 40 & 26 \end{bmatrix}$$

Készletek mennyisége telephelyenként:  $\begin{bmatrix} 24 & 30 & 38 & 32 \end{bmatrix}$

Igények fogyasztónként:  $\begin{bmatrix} 22 & 48 & 65 \end{bmatrix}$

### 11. feladat

Tegyük fel, hogy a 10. feladatban megadott feltételek szerint kell a vállalat telepei és fogyasztói között a termékeket elszállítani. További korlátozást vezetünk be. A második üzem köteles legalább 10 egységnyi terméket az els fogyasztónak szállítani.

Állítsuk el a feladat költség mátrixát, igény és készlet vektorát!

A gyakorló felületbe önálló feladatként gépeljük be az adatokat, majd oldjuk is meg a feladatot!

Javaslat: A második telep készletét és az els fogyasztó igényét egyaránt csökkentjük a kötelezen szállítandó 10 egységnyi termékkel.

### 12. feladat

Tegyük fel, hogy a 10. feladatban megadott feltételek szerint kell a vállalat telepei és fogyasztói között a termékeket elszállítani. További korlátozást vezetünk be. A második fogyasztó számára kiszállított mennyiség legyen legalább 40 egységnyi.

Állítsuk el a feladat költség mátrixát, igény és készlet vektorát!

A gyakorló felületbe önálló feladatként gépeljük be az adatokat, majd oldjuk is meg a feladatot!

Javaslat: A második fogyasztó szerepét két részre osztjuk. Az egyik fogyasztói szerep (legyen F2A) igénye legyen 40, a másik fogyasztói szerep (nevezzük F2Bnek) igénye legyen 8.

Megfigyeljük, hogy a készletek szkösek, nem fedezik az összes fogyasztó igényét. A fiktív telephely bevezetése után gondoskodjunk arról a M használatával, hogy a fiktív teleprl kiszállított fiktív mennyiség ne a F2A fogyasztónál jelentkezzen.

### Feladat:

Felkínált feladatok:

Önálló feladat:

Telepek:

4

	F1	F2	F3	F4	F5	Készlet
T1	4	4	5	4	9	24
T2	10	3	4	5	6	25
T3	7	8	5	7	4	21
T4	9	7	8	8	2	23
Igény	15	16	17	22	23	93 = 93

Fiktív telephely      Fiktív fogyasztó

Fogyasztók:       Új feladat

Feladat

**Megoldás:**

Telephely: <input type="text" value="T1"/> Fogyasztó: <input type="text" value="F1"/> Mennyiség: <input type="text" value="5"/> <input type="button" value="Szállítás"/> <input type="button" value="Törlés"/>	<input type="button" value="Optimalitási"/>
--	---